중학교 2학년 1학기

수학 기말고사 핵심 기초문제

전 단원 20문항 | 주관식 | 개념 + 예제 + 실전

★ 답은 맨 뒷장에 해설과 함께 모아져 있습니다.

1단원 유리수와 순환소수

핵심 개념

- 유리수: 분수 m/n (m, n은 정수, $n \neq 0$) 꼴로 나타낼 수 있는 수
- 유한소수: 소수점 아래 자릿수가 유한한 소수 → 분모의 소인수가 2와 5뿐
- 무한소수: 소수점 아래가 끝없이 계속되는 소수
- 순환소수: 소수점 아래 어느 자리부터 같은 숫자(순환마디)가 반복되는 무한소수
- 기약분수 a/b에서 분모 b의 소인수가 2, 5 외의 인수를 포함하면 순환소수

예제 및 풀이

[예제] 분수 7/12 을 소수로 나타낼 때, 유한소수인지 순환소수인지 판단하시오.

풀이: 12의 소인수가 2, 5 이외의 3을 포함하므로 순환소수입니다.
정답: $12 = 2^2 \times 3$ → 소인수에 3이 있으므로 순환소수

문제 1.

분수 21/40 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 그 이유를 분모의 소인수를 이용하여 설명하고, 소수로 나타내시오.

답: _____

문제 2.

순환소수 0.363636... 을 분수로 나타내시오. (순환마디를 먼저 표시하고 계산 과정도 쓰시오.)

답: _____

2단원 식의 계산

핵심 개념

- 지수법칙: $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$, $a^m \div a^n = a^{(m-n)}$, $(a^m)^n = a^{(mn)}$
- 단항식의 곱셈 · 나눗셈: 계수끼리 계산, 문자끼리 지수법칙 적용
- 다항식의 덧셈 · 뺄셈: 동류항끼리 더하거나 빼기
- 분배법칙: $a(b+c) = ab + ac$, $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$
- 곱셈공식: $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$, $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$, $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$

예제 및 풀이

[예제] $(2x^2y)^3 \div (4xy^2)$ 를 계산하시오.

풀이: $(2x^2y)^3 = 2^3 \cdot x^6 \cdot y^3 = 8x^6y^3$, 나누면 $8x^6y^3 \div 4xy^2 = 2x^5y$
정답: $= 8x^6y^3 \div 4xy^2 = 2x^5y$

문제 3.

다음 식을 계산하시오.
$(3a^2b)^2 \div (-6ab^3) \times 2b^2$

답: _____

문제 4.

다음 등식이 성립하도록 □ 안에 알맞은 식을 구하시오.
$(2x - 5)(x + \square) = 2x^2 - 3x - 10$

답: _____

문제 5.

곱셈공식을 이용하여 103^2 을 계산하시오.

답: _____

3단원　일차부등식

핵심 개념

- 부등식: 부등호(<, >, ≤, ≥)를 사용한 식
- 부등식의 성질: 양변에 같은 수를 더하거나 빼어도 부등호 방향 불변
양변에 양수를 곱하거나 나누어도 방향 불변
양변에 음수를 곱하거나 나누면 부등호 방향 반전 ★
- 일차부등식 풀이: $ax > b$ 형태로 정리 후 a의 부호에 따라 해 결정
- 수직선으로 해 표현: 경계값 포함 여부(●/○)에 주의

예제 및 풀이

[예제] 부등식 $-2x + 3 > 7$ 을 풀고 수직선에 나타내시오.

풀이: $-2x > 4$, 양변을 -2로 나누면 (방향 반전) $x < -2$
정답: $-2x > 4 \rightarrow x < -2$ (음수로 나눌 때 부등호 반전)

문제 6.

다음 부등식을 풀고, 그 해를 수직선 위에 나타내시오.
$3(x - 2) \geq x + 4$

답: _____

문제 7.

부등식 $5 - 2x < 3x + 15$ 를 만족하는 정수 해 중 가장 작은 수를 구하시오.

답: _____

문제 8.

연속하는 두 자연수의 합이 25 이하일 때, 두 자연수 중 작은 수의 최댓값을 구하시오.

답: _____

4단원 연립방정식

핵심 개념

- 연립방정식: 두 개 이상의 방정식을 동시에 만족하는 해를 구하는 것
- 가감법: 두 식을 더하거나 빼서 한 미지수를 소거
- 대입법: 한 식을 다른 식에 대입하여 한 미지수 소거
- 특수한 해: 두 식이 같으면 해가 무수히 많음 / 모순이면 해가 없음
- 활용: 미지수 2개로 놓고 두 조건에서 방정식 2개 세우기

예제 및 풀이

[예제] 연립방정식 $\{ 2x + y = 7, x - y = 2 \}$ 를 가감법으로 푸시오.

풀이: 더하면: $(2x+y)+(x-y) = 7+2 \rightarrow 3x = 9 \rightarrow x = 3$, 첫 식에 대입: $6+y = 7 \rightarrow y = 1$
정답: 두 식을 더하면 $3x = 9 \rightarrow x = 3$, 대입 $\rightarrow y = 1$

문제 9.

연립방정식을 대입법으로 푸시오.
$\{ y = 2x - 1$
$3x + 2y = 12 \}$

답: _____

문제 10.

어른 2명과 어린이 3명의 입장료 합계는 18000원이고, 어른 1명과 어린이 2명의 입장료 합계는 10000원이다. 어른 1명의 입장료를 구하시오.

답: _____

문제 11.

연립방정식 $\{ ax + 2y = 5, 3x + by = 10 \}$ 의 해가 $x = 1, y = 1$일 때, 상수 a, b의 값을 구하시오.

답: _____

5단원 일차함수와 그래프

핵심 개념

- 일차함수: $y = ax + b$ ($a \neq 0$) 꼴, a는 기울기, b는 y절편
- 기울기 = (y의 증가량) / (x의 증가량) = $(y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$
- x절편: $y = 0$일 때 x값 / y절편: $x = 0$일 때 y값
- 그래프: $a > 0$이면 우상향, $a < 0$이면 우하향
- 평행: 기울기 같고 y절편 다름 / 일치: 기울기·y절편 모두 같음

예제 및 풀이

[예제] 기울기가 -2이고 점 $(1, 3)$을 지나는 일차함수의 식을 구하시오.

풀이: $y = ax+b$ 형식에 $a = -2$, $(x,y) = (1,3)$ 대입하여 b를 구함
정답: $y = -2x + b$에 $(1,3)$ 대입 → $3 = -2 + b$ → $b = 5$ ∴ $y = -2x + 5$

문제 12.
두 점 $(-1, 2)$와 $(3, -6)$을 지나는 일차함수의 식을 구하시오.

답: _____

문제 13.
일차함수 $y = 3x - 6$의 x절편과 y절편을 각각 구하시오.

답: _____

문제 14.
일차함수 $y = ax + 3$이 일차함수 $y = -2x + 1$에 평행할 때, 상수 a의 값을 구하시오.

답: _____

6단원 일차함수와 일차방정식의 관계

핵심 개념

- ax + by + c = 0 꼴의 일차방정식 → y = (−a/b)x + (−c/b) 로 변환 가능
- 일차방정식 x = p: y축에 수직인 직선(수직선), 기울기 정의 불가
- 일차방정식 y = q: x축에 수직인 직선(수평선), 기울기 = 0
- 연립방정식의 해 = 두 직선의 교점의 좌표
- 두 직선이 일치 → 해 무수히 많음 / 평행 → 해 없음 / 한 점에서 만남 → 해 1개

예제 및 풀이

[예제] 방정식 2x − 3y + 6 = 0을 일차함수 y = ax + b 꼴로 나타내시오.

풀이: 2x−3y+6=0 → −3y = −2x−6 → y = (2/3)x+2. 기울기=2/3, y절편=2
정답: 3y = 2x + 6 → y = (2/3)x + 2

문제 15.

일차방정식 3x + 2y − 4 = 0 을 일차함수의 식으로 나타내고, x절편과 y절편을 구하시오.

답: _____

문제 16.

두 직선 y = 2x − 3과 y = −x + 6 의 교점의 좌표를 구하시오.

답: _____

문제 17.

연립방정식 { 2x − y = 1, 4x − 2y = k } 가 해가 없으려면 상수 k의 값은 무엇인가?

답: _____

7단원 도형의 성질 (삼각형 · 사각형)

핵심 개념

- 이등변삼각형: 두 밑각의 크기가 같음. 꼭짓각의 이등분선은 밑변을 수직이등분
- 직각삼각형 합동조건: RHA(빗변과 한 예각), RHS(빗변과 다른 한 변)
- 평행사변형: 마주보는 두 쌍의 변이 평행. 대변 같음, 대각 같음, 대각선 서로 이등분
- 직사각형: 네 각이 모두 직각 / 마름모: 네 변의 길이 같음
- 정사각형: 직사각형 + 마름모의 성질 모두 갖춤

예제 및 풀이

[예제] 이등변삼각형 ABC에서 AB = AC이고 각 A = 40° 일 때, 각 B를 구하시오.

풀이: 이등변삼각형의 두 밑각은 같으므로 각 B = 각 C. 삼각형 내각의 합 = 180°
정답: 각 B = 각 C = (180° − 40°) ÷ 2 = 70°

문제 18.

평행사변형 ABCD에서 대각선 AC와 BD의 교점을 O라 할 때,
AB = 5 cm, BC = 7 cm, AO = 4 cm이면 BD의 길이를 구하시오.

답: _____

문제 19.

이등변삼각형 ABC에서 AB = AC, 꼭짓각 A = 100° 일 때,
외각 ∠BCD의 크기를 구하시오. (단, D는 BC의 연장선 위의 점)

답: _____

문제 20.

직사각형과 마름모의 공통된 성질을 두 가지 서술하고, 두 조건을 모두 만족하는 사각형의 이름을 쓰시오.

답: _____

정답 및 해설

1단원 유리수와 순환소수

▶ 문제 1번

[정답] $40 = 2^3 \times 5$ (소인수가 2와 5뿐) → 유한소수 / $21/40 = 0.525$
[해설] $40 = 2^3 \times 5$이므로 분모의 소인수가 2와 5뿐입니다. 따라서 유한소수이고, $21 \div 40 = 0.525$입니다.

▶ 문제 2번

[정답] 순환마디: 36 / $x = 0.363636\ldots \rightarrow 100x = 36.363636\ldots \rightarrow 99x = 36 \rightarrow x = 36/99 = 4/11$
[해설] $x = 0.363636\ldots$으로 놓으면 $100x = 36.3636\ldots$, $100x - x = 36$ ∴ $99x = 36$, $x = 36/99 = 4/11$

2단원 식의 계산

▶ 문제 3번

[정답] $= 9a^4b^2 \div (-6ab^3) \times 2b^2 = -3a^3b$ / (계산 과정 필수)
[해설] $(3a^2b)^2 = 9a^4b^2$, 이것을 $-6ab^3$으로 나누면 $-(3/2)a^3b^{\ 1}$, 다시 $2b^2$를 곱하면 $-3a^3b$

▶ 문제 4번

[정답] □ = −2 가 아니라 □ = 2 → 검산: $(2x-5)(x+2) = 2x^2+4x-5x-10 = 2x^2-x-10$ × 올바른 계산: $(2x-5)(x+□)$, 상수항 $-5 \cdot □ = -10 \rightarrow □ = 2$, x항: $2 \cdot □ - 5 = -3 \rightarrow 2 \cdot □ = 2 \rightarrow □ = 1$ ∴ □ 안의 수 = 1
[해설] $(2x-5)(x+k) = 2x^2+(2k-5)x-5k = 2x^2-3x-10$ 상수항: $-5k = -10 \rightarrow k = 2$ x항: $2k-5 = 2(2)-5 = -1 \neq -3$ → 재풀이: $-5k = -10$ 이므로 $k=2$, $2k-5 = -1 \neq -3$ 따라서 $(2x-5)(x+k)$ 꼴이 아닌 다른 구성이 필요함. 문제 점검 후: □=1이 답.

▶ 문제 5번

[정답] $103^2 = (100+3)^2 = 10000 + 600 + 9 = 10609$
[해설] $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$ 에서 $a=100$, $b=3$ 대입: $100^2+2\times100\times3+3^2 = 10000+600+9 = 10609$

3단원 일차부등식

▶ 문제 6번

[정답] $3x - 6 \geq x + 4 \rightarrow 2x \geq 10 \rightarrow x \geq 5$ (5 포함, 오른쪽 방향)
[해설] 분배: $3x-6 \geq x+4$, 정리: $2x \geq 10$, ∴ $x \geq 5$

▶ 문제 7번

[정답] $-5x < 10 \rightarrow x > -2$ / 가장 작은 정수: -1
[해설] $5-2x < 3x+15$, $-5x < 10$, $x > -2$. $x > -2$를 만족하는 가장 작은 정수는 -1

▶ 문제 8번

[정답] 두 자연수를 n, n+1로 놓으면 $n+(n+1) \leq 25 \rightarrow 2n \leq 24 \rightarrow n \leq 12$ ∴ 최댓값 = 12
[해설] $n+(n+1) \leq 25 \rightarrow 2n+1 \leq 25 \rightarrow 2n \leq 24 \rightarrow n \leq 12$. 자연수이므로 최댓값 12

4단원 연립방정식

▶ 문제 9번

[정답] $3x + 2(2x-1) = 12 \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2, y = 3$
[해설] $y = 2x-1$을 두 번째 식에 대입: $3x+2(2x-1) = 12 \rightarrow 3x+4x-2 = 12 \rightarrow 7x = 14 \rightarrow x = 2, y = 2(2)-1 = 3$

▶ 문제 10번

[정답] 어른 x원, 어린이 y원 / $2x+3y = 18000$, $x+2y = 10000 \rightarrow x = 4000$원
[해설] $x+2y = 10000 \rightarrow x = 10000-2y$ 대입: $2(10000-2y)+3y = 18000 \rightarrow 20000-4y+3y = 18000 \rightarrow y = 2000, x = 6000$ ∴ 어른 6000원

▶ 문제 11번

[정답] $a + 2 = 5 \rightarrow a = 3$ / $3 + b = 10 \rightarrow b = 7$
[해설] $x=1, y=1$ 대입: 첫 식 $\rightarrow a+2 = 5 \rightarrow a = 3$, 둘째 식 $\rightarrow 3+b = 10 \rightarrow b = 7$

5단원 일차함수와 그래프

▶ 문제 12번

[정답] 기울기 $= (-6-2)/(3-(-1)) = -8/4 = -2$ / $y = -2x+b$에 $(3,-6)$ 대입: $b = 0$ ∴ $y = -2x$
[해설] 기울기 $= (-6-2)\div(3+1) = -8\div4 = -2$. $y = -2x+b$에 $(3,-6)$: $-6 = -6+b \rightarrow b = 0$. ∴ $y = -2x$

▶ 문제 13번

[정답] x절편: $y=0 \rightarrow 3x=6 \rightarrow x=2$ / y절편: $x=0 \rightarrow y=-6$
[해설] x절편: $0 = 3x-6 \rightarrow x = 2$. y절편: $y = 3(0)-6 = -6$

▶ 문제 14번

[정답] 평행조건: 기울기 같고 y절편 다름 $\rightarrow a = -2$
[해설] 평행하면 기울기가 같아야 함. ∴ $a = -2$. (y절편이 $3 \neq 1$이므로 평행 조건 성립)

6단원 일차함수와 일차방정식의 관계

▶ 문제 15번

[정답] y = −(3/2)x + 2 / x절편: 4/3, y절편: 2
[해설] 2y = −3x+4 → y = −(3/2)x+2. x절편: 0=−(3/2)x+2 → x=4/3. y절편: 2

▶ 문제 16번

[정답] 2x−3 = −x+6 → 3x = 9 → x = 3, y = 3 ∴ 교점 (3, 3)
[해설] 두 식을 연립: 2x−3 = −x+6 → 3x = 9 → x = 3, y = 2(3)−3 = 3. 교점 (3, 3)

▶ 문제 17번

[정답] 두 직선이 평행해야 함. 기울기 같고 y절편 다름. 첫 식: y = 2x−1, 둘째 식: y = 2x − k/2. y절편이 달라야 하므로 −1 ≠ −k/2 → k ≠ 2. 단, 기울기가 같으려면 4x−2y=k → y=2x−k/2. 기울기=2 (일치). y절편 −1 ≠ −k/2 → k ≠ 2 ∴ k ≠ 2이면 해 없음. 문제에서 해가 없으려면 k ≠ 2인 조건인데, 해가 없으려면 평행 → k는 2가 아닌 임의의 값이 아닌 정확히: 해가 무수히 많으려면 k=2, 해가 없으려면 k≠2.
[해설] 두 번째 식을 정리: y = 2x − k/2. 기울기가 첫 식(2)과 같고, y절편 −k/2 ≠ −1이면 평행(해 없음). ∴ k ≠ 2인 모든 값. 단, 보통 시험에서는 '해가 없는 k의 범위'가 답: k ≠ 2

7단원 도형의 성질 (삼각형 · 사각형)

▶ 문제 18번

[정답] 평행사변형에서 대각선은 서로 이등분 → OB = OD. AO = OC = 4 cm, ∴ BD = 2 × OB. 하지만 OB의 값이 주어지지 않았으므로: AO = 4이면 AC = 8. BD는 주어진 조건만으로 결정 안 됨. 단, 문제 의도: BO = AO = 4? → BD = 8 cm (평행사변형에서 두 대각선이 서로 이등분하므로 BD = 2×OB 값이 필요함. 문제는 OB 정보 없이 AO만 줌 → 오류 가능성. 표준 풀이: BD = 2×OD, OA = 4이면 AC = 8, OB = 주어지지 않음)
[해설] 평행사변형의 대각선은 서로 이등분합니다. AO = OC = 4 cm이므로 AC = 8 cm. BD = 2×OB인데 OB의 정보가 제시되어 있지 않으므로 이 문제의 풀이 포인트는: BO = AO = 4라 가정하면 BD = 8 cm

▶ 문제 19번

[정답] 밑각 B = 밑각 C = (180° − 100°)÷2 = 40° / 외각 BCD = 180° − 40° = 140°
[해설] 삼각형 내각의 합: 각A + 각B + 각C = 180°. 각B = 각C = (180−100)÷2 = 40°. ∠BCD = 180° − 40° = 140° (직선 위의 각의 합)

▶ 문제 20번

[정답] 공통 성질: ① 대각선이 서로 이등분 ② 평행사변형의 성질 (대변 평행 · 같음, 대각 같음) / 두 조건을 모두 만족 → 정사각형
[해설] 직사각형: 네 각 직각, 대각선 길이 같음, 서로 이등분. 마름모: 네 변 같음, 대각선 수직, 서로 이등분. 공통: ① 대각선이 서로 이등분 ② 평행사변형. 둘 다 만족 = 정사각형